МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ЦЕНТР «МАЛА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ»

Катерина Терлецька,
Катерина Антошина

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
З ПОЗАШКІЛЬНОЇ ОСВІТИ

Нестандартні завдання і головоломки

Дослідницько-експериментальний напрям

Початковий рівень
1 рік навчання

Київ
2023

«Схвалено для використання в освітньому процесі»

Рішення експертної комісії з позашкільної освіти від 13.12.2023

(протокол № 4)

Зареєстровано у Каталозі надання грифів навчальній літературі

та навчальним програмам за № 8.0088-2023

Автори:

Терлецька Катерина Валеріївна — завідувачка лабораторії математичних наук НЦ «МАНУ», старша наукова співробітниця Інституту проблем математичних машин і систем Національної академії наук України, докторка фізико-математичних наук;

Антошина Катерина Олегівна — методистка лабораторії математичних наук НЦ «МАНУ».

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Українська держава приділяє особливу увагу розвитку системи освіти, завданнями якої є поєднання предметної та ключових компетентностей, що забезпечує засвоєння знань, розвиток вмінь і навичок їх застосування у повсякденному житті, формування цінностей і виваженого ставлення до навколишньої дійсності.

Математика є важливим засобом дослідження явищ і процесів навколишнього світу. Використання її законів для розв'язування проблем, пов'язаних із реальними життєвими ситуаціями, сприяє формуванню у вихованців інтересу до математики як науки, активізує їх творче та нестандартне мислення, надає можливість осягати природні й соціальні явища.

Під час організації освітнього процесу важливим є пошук нового та ефективного інструментарію, що сприяв би формуванню необхідних сучасній людині компетентностей. Розвиток у вихованців логічного мислення, уваги, зосередженості; формування вмінь висловлювати власну думку, знаходити креативні рішення для розв'язання проблем, критично оцінювати інформацію, ефективно співпрацювати для досягнення визначеної мети є умовою для самореалізації у майбутньому.

Важливим є створення умов для забезпечення пізнавальних потреб і запитів сучасної молоді, виявлення її потенціалу, надання додаткових знань і формування навичок їх використання в освітній діяльності та у повсякденному житті.

Застосування головоломок в освітньому процесі сприяє формуванню у вихованців математичного мислення (логічного, просторового, абстрактного, аналітичного, критичного), здатності генерувати ідеї, створювати моделі для реалізації поставлених завдань, шукати закономірності та доходити логічних висновків, знаходити принципово нові підходи до вирішення проблем. Така стратегія навчання забезпечує глибоке розуміння концепції математичної науки. Вихованці мають можливість дійти висновку, що математика — це не окремі теорії, набір стандартних методів, фіксованих фактів і формул, а

інструмент, що дає можливість осмислити навколишній світ, бо вона спрямована на встановлення закономірностей, залежностей, зв'язків між об'єктами; ознайомлює з такими математичними явищами, як невизначеність і залежність, які лежать в основі багатьох життєвих ситуацій.

Прикладне застосування математики є актуальним сьогодні, на що вказують, зокрема, результати міжнародного оцінювання PISA, де встановлено здатність дітей 15 років використовувати навчальні здобутки в різноманітних життєвих ситуаціях. Тому в навчальній програмі акцент зроблено на розв'язанні цікавих практичних задач, а не на застосовуванні абстрактних математичних шаблонів. Програма спрямована на підготовку вихованців до науково-дослідницької діяльності в галузі точних і прикладних наук.

Метою програми є формування у вихованців предметної та ключових компетентностей у процесі розв'язання нестандартних задач.

Основні **завдання** полягають у формуванні таких компетентностей:

пізнавальної: засвоювати знання з математики та усвідомлювати її роль у природничих науках;

практичної: формувати уміння і навички застосовувати набуті знання для розв'язування задач; розвивати логічне мислення, уміння користуватися методами індукції й дедукції, аналізу й синтезу, доходити висновків й робити узагальнення;

творчої: розвивати творчі здібності у процесі розв'язання задач із відкритими умовами (шукати власний підхід до проблеми, контрінтуїтивне рішення; поєднувати різні методи розв'язання задач тощо);

соціальної: розвивати навички для самореалізації (об'єктивне оцінювання себе і своїх знань; тайм-менеджмент; уміння чітко висловлювати свої думки, об'єднувати зусилля для досягнення мети тощо) та наполегливість під час розв'язання складних задач.

Реалізація мети й завдань забезпечить формування: *креативності* — здатності до продукування принципово нових ідей; *абстрагування* —

здатності виділяти в процесі пізнання несуттєві властивості для знаходження суттєвих, закономірних ознак; *комунікативності* — здатності встановлювати й підтримувати контакти з іншими людьми, розуміти й бути зрозумілим у спілкуванні; *критичного мислення* — здатності розрізняти хибні та істинні твердження, що є важливим у сучасному інформаційному просторі; *прототипування* — здатності створювати моделі процесу / механізму для перевірки базової функціональності; *ініціативності / підприємливості* — здатності генерувати ініціативи щодо вирішення проблеми, прогнозувати правильну відповідь, керувати групою (спонукати, переконувати й залучати до пошуку різних підходів до розв'язання); розвиток навичок *пошуку інформації* — здатності знаходити джерела інформації; опанування методу *брейнштorму* — здатності брати активну участь у мозковому штурмі — обговоренні, під час якого генерується максимальна кількість підходів до вирішення проблеми.

Зміст програми спрямовано на формування умінь і навичок застосування математичних понять, процедур, фактів та інструментів для розв'язання різних проблем — від абстрактних, математичних до проблем і викликів реального життя, що передбачає застосовування математики в життєвому контексті.

Програма ґрунтується на Державному стандарті базової і повної загальної середньої освіти й призначена для навчання учнів 7–9 класів.

Навчальна програма розрахована на один рік навчання на початковому рівні. Загальна кількість навчального часу становить 72 год на рік (2 год на тиждень).

Освітній процес організовується з використанням таких форм і методів навчання, як: лекції, дискусії, інтерактивні ігри, практикуми з розв'язання задач, командні змагання. Теоретичний матеріал подається з елементами проблемних питань і застосуванням презентаційних матеріалів.

Практична частина занять спрямована на розвиток умінь і навичок комунікації та формування командної стратегії розв'язання задач. Важливим елементом є конкурси командних головоломок.

Навчальна програма передбачає інтерактивні, групові, індивідуальні форми роботи і може бути реалізована в очному, дистанційному або змішаному режимі навчання. Під час освітнього процесу застосовуються навчальні платформи, програмне забезпечення, відкриті освітні ресурси.

Змістом програми передбачено реалізацію міжпредметних зв'язків, що сприяють формуванню у вихованців інтелектуальних вмінь і навичок, розширюють їх ерудицію, сприяють усвідомленню необхідності застосування знань з інших предметів.

Визначення рівня сформованості навичок і вмінь відбувається за результатами виконання тестових, творчих завдань, участі в конкурсах дослідницького спрямування та роботи над розв'язанням науково-дослідницьких завдань.

Контроль та оцінювання рівня знань здійснюється за результатами виконання тестових завдань, участі в математичних змаганнях.

Індивідуальна робота організовується відповідно до Положення про порядок організації індивідуальної та групової роботи у позашкільних навчальних закладах.

Початковий рівень

НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН

№ з/п	Тема	Кількість годин		
		теоретичні	практичні	усього
1.	Вступ	1	1	2
2.	Головоломки	1	1	2
3.	Ребуси. Кросворди. Друдли	1	2	3
4.	Пазли, танграм, пентаміно, стомахіон. Головоломки із сірниками	2	2	4
5.	Розпізнавання закономірностей	1	2	3
6.	Загадки «так – ні»	1	2	3
7.	Парадокси як головоломки. Ілюзії та неможливі фігури	1	2	3
8.	Математичні головоломки. Нестандартні задачі	1	2	3
9.	«Лицарі і брехуни»	2	2	4
10.	Задачі на зважування та переливання	1	2	3
11.	Магічні квадрати. Судоку. Кен-кен	1	2	3
12.	Числові ребуси з квадратиками. Криптарифми	1	2	3
13.	Гра в 15	1	2	3
14.	Кубик Рубіка	1	2	3
15.	Теорія графів у головоломках	1	2	3
16.	Шифри і коди	1	1	2
17.	Математичні ігри	1	1	2
18.	Пакування	1	1	2
19.	Топологічні головоломки	1	2	3
20.	Математичні парадокси. Математичні фокуси	1	2	3

21.	Геометричні головоломки	1	1	2
22.	Теорема Піфагора	1	1	2
23.	Математика і мистецтво. Сангаку	1	2	3
24.	Конкурси головоломок	–	4	4
25.	Математичні квести	–	2	2
26.	Математичні руханки	–	1	1
27.	Підсумок	–	1	1
Разом		**25**	**47**	**72**

ЗМІСТ ПРОГРАМИ

1. Вступ (2 год)

Теоретична частина. Мета і завдання роботи гуртка. План роботи гуртка на навчальний рік.

Практична частина. Ігри: «Угадати 2/3 середнього», «Найменше унікальне натуральне число», «Слова». Аналіз результатів ігор.

2. Головоломки (2 год)

Теоретична частина. Головоломки. Хронологічний опис історії головоломок.

Типи головоломок. Класифікація головоломок за способом взаємодії.

Видатні люди у світі головоломок.

Практична частина. Розв’язування головоломок з історичних джерел.

3. Ребуси. Кросворди. Друдли (3 год)

Теоретична частина. Ребуси. Історія ребусів. Принципи розв’язання ребусів.

Кросворди. Коротка історія кросвордів.

Друдли.

Практична частина. Командна робота з розгадування ребусів і кросвордів.

Створення друдлів. Конкурс друдлів.

4. Пазли, танграм, пентаміно, стомахіон. Головоломки із сірниками (4 год)

Теоретична частина. Історія пазлів, танграма, пентаміно, стомахіону. Підходи до їх створення та розв'язання.

Вимірювання параметрів і спроби узагальнення елементів головоломок.

Головоломки із сірниками, їх історія, принципи розв'язання.

Практична частина. Складання головоломок. Дослідження геометрії отриманих фігур. Створення власних пазлів, силуетів для головоломок, таких як танграм, пентаміно, стомахіон. Конкурс зі складання головоломок із сірниками.

5. Розпізнавання закономірностей (3 год)

Теоретична частина. Закономірності. Закономірності в житті. Хибні закономірності.

Головоломки на знаходження закономірностей.

Практична частина. Розв'язання головоломок на знаходження закономірностей. Мініолімпіада з розв'язання головоломок на знаходження закономірностей. Складання головоломок.

6. Загадки «так — ні» (3 год)

Теоретична частина. Загадки «так — ні». Основні прийоми для їх розгадування.

Правила постановки запитань і відповідей.

Причинно-наслідкові зв'язки з отриманої інформації.

Практична частина. Гра «так — ні». Відпрацювання правил постановки запитань і відповідей. Виконання завдань на побудову причинно-наслідкових зв’язків з отриманої інформації.

7. Парадокси як головоломки. Ілюзії та неможливі фігури (3 год)

Теоретична частина. Парадокси. Апорії Зенона, парадокс Рассела, парадокс Тесея. Історія ілюзій і неможливих фігур.

Практична частина. Дискусія. Виявлення в навколишньому світі прикладів парадоксів Рассела й Тесея, дихотомії Зенона.

Пошук суперечливих явищ навколо себе. Створення графічних ілюзій і неможливих фігур.

8. Математичні головоломки. Нестандартні задачі (3 год)

Теоретична частина. Три основні правила розв’язання математичних головоломок. Підходи до розв’язання нестандартних задач (на прикладі задач про середню швидкість, земний екватор, каву з молоком).

Практична частина. Розв’язання популярних нестандартних задач про лотоси, сходи, вирубування лісів, день народження Шеріл тощо.

9. «Лицарі і брехуни» (4 год)

Теоретична частина. Задачі типу «Лицарі і брехуни». Базові алгоритми та підходи до їх розв’язування.

Формальний підхід до логіки. Приклади коректного логічного наслідку та побудови заперечень.

Правило modus tollens на діаграмі Ойлера.

Логіка й числення висловлювань. Інтерпретації висловлювань, таблиці істинності.

Практична частина. Розв’язування задач типу «Лицарі і брехуни». Мініолімпіада з розв’язування задач «Лицарі і брехуни».

Практика формалізації логічних висловлювань. Виконання завдань на побудову заперечень і складання таблиць істинності. Розв'язування задач «Лицарі і брехуни» за допомогою числення висловлювань.

10. Задачі на зважування та переливання (3 год)

Теоретична частина. Основні відомості про задачі на зважування та переливання. Базові алгоритми й підходи до їх розв'язання. Приклади задач на зважування та переливання.

Практична частина. Розв'язування задач на зважування та переливання. Мініолімпіада з розв'язування задач на зважування та переливання.

11. Магічні квадрати. Судоку. Кен-кен (3 год)

Теоретична частина. Історія магічних квадратів і судоку. Основні ідеї та труднощі під час розв'язання судоку. Різновиди судоку. Приклад розв'язання судоку та головоломки кен-кен.

Практична частина. Розв'язування різних типів судоку різної складності й головоломок кен-кен.

12. Числові ребуси з квадратиками. Криптарифми (3 год)

Теоретична частина. Числові ребуси з квадратиками, приклади їх розв'язання.

Криптарифми. Приклад розв'язання криптарифму Дьюдені.

Практична частина. Розв'язування числових ребусів з квадратиками.

Розв'язування криптарифмів. Мініолімпіада з розв'язування числових ребусів і криптарифмів.

13. Гра в 15 (3 год)

Теоретична частина. Історія гри в 15. Стратегії гри. Математичні результати, пов'язані з грою в 15.

Практична частина. Складання класичної гри в 15. Перевірка розв’язування гри за допомогою математики.

Розташовування фішок на полі в незвичному порядку.

14. Кубик Рубіка (3 год)

Теоретична частина. Історія кубика Рубіка. Складність математичного опису головоломки, міжнародна нотація.

Алгоритми складання кубика.

Різновиди кубика Рубіка.

Практична частина. Відпрацювання алгоритмів складання кубика Рубіка. Створення візерунків на гранях кубика.

Конкурс зі складання кубика на швидкість.

15. Теорія графів у головоломках (3 год)

Теоретична частина. Історичний огляд теорії графів. Мотивація і зручність поняття графа як схематичного зображення взаємозв’язків. Ілюстрація зв’язних, незв’язних графів. Приклади застосування графів у житті. Графовий підхід до головоломок. Теорема Ойлера та лема про рукостискання, їх застосування.

Практична частина. Головоломки на обведення фігур. Розв’язування задач на застосування теореми Ойлера та леми про рукостискання. Задача Рамсея.

Розв’язування головоломок за допомогою теорії графів. Командна мініолімпіада з розв’язування графових головоломок.

16. Шифри і коди (2 год)

Теоретична частина. Шифри і коди, їх історія, види.

Сучасні шифри. Приклади математичних і нематематичних шифрів. Процеси шифрування і дешифрування.

Азбука Морзе, сигнальні прапори.

Практична частина. Відпрацювання навичок із шифрування та дешифрування текстових повідомлень за допомогою шифрів зсуву, заміни, скитали, Віженера, Полібія, pigpen.

Робота з азбукою Морзе, міжнародними сигнальними прапорами. Робота в групах.

Командна мініолімпіада з дешифрування.

17. Математичні ігри (2 год)

Теоретична частина. Нім. Виграшна стратегія гри. Пошук закономірності в задачі про близнюків.

Корейські шахи «Коно».

Практична частина. Гра в нім за різними правилами. Турнір із корейських шахів «Коно».

18. Пакування (2 год)

Теоретична частина. Постановка задач на пакування. Пакування куль у двовимірному та тривимірному просторах. Різниця між замощенням необмеженого простору й обмеженої ділянки. Дилема пакувальника.

Практична частина. Дослідження щільності різних пакувань. Контрінтуїтивне розміщення монет у головоломці Ten Penny Puzzle. Складання монет у рамку. Складання кубиків сома, куба Бедлама, Red stone.

19. Топологічні головоломки (3 год)

Теоретична частина. Поняття топологічної головоломки, принцип її побудови.

Металеві й мотузкові головоломки.

Лівостороння і правостороння стрічки Мебіуса.

Фокус із зачепленням.

Практична частина. Розв’язування металевих і мотузкових головоломок. Розрізання стрічки Мебіуса. Дослідження закономірності під час кратного

розрізання різних перекручених стрічок Мебіуса. Розрізання склеєних циліндрів і склеєних стрічок Мебіуса.

Перев'язування картонних коробок.

20. Математичні парадокси. Математичні фокуси (3 год)

Теоретична частина. Парадокс Монті Голла, парадокс очікування, парадокс Арістотеля.

Практична частина. Гра Монті Голла. Парадокс «зникнення клітини», геометричний парадокс Льюїса Керрола, парадокс «число пі дорівнює 2». Математичні фокуси: демонстрація фокусів «Магічні таблиці», «Ясновидець», «Коробка сірників», розгадування і практикування.

21. Геометричні головоломки (2 год)

Теоретична частина. Задача про кошеня. Теорема Коперника. Задача «Щит бога Марса».

Практична частина. Розв'язування геометричних головоломок.

Міні олімпіада з геометричних головоломок.

22. Теорема Піфагора (2 год)

Теоретична частина. Теорема Піфагора. Застосування теореми Піфагора для знаходження різних величин. Взаємозв'язок теореми Піфагора із формулами квадрата суми та квадрата різниці.

Практична частина. Розв'язування геометричних задач із застосуванням теореми Піфагора.

Розв'язування нестандартних і прикладних задач.

23. Математика і мистецтво. Сангаку (3 год)

Теоретична частина. Історична довідка про японську храмову геометрію сангаку. Зв'язок математики й оригамі.

Практична частина. Розв’язування задач сангаку. Розв’язування геометричних задач за допомогою оригамі.

24. Конкурси головоломок (4 год)

Практична частина. Конкурси з розв’язування головоломок.

25. Математичні квести (2 год)

Практична частина. Проведення математичних квестів.

26. Математичні руханки (1 год)

Практична частина. Проведення математичних та ігрових руханок.

27. Підсумок (1 год)

Практична частина. Підбиття підсумків роботи гуртка. Проведення конкурсів.

ПРОГНОЗОВАНИЙ РЕЗУЛЬТАТ

У вихованців мають сформуватися компетентності:

пізнавальна: орієнтування у виборі способів і засобів розв’язання завдань самостійної пізнавальної діяльності; здійснення наукового пошуку з використанням дослідницьких методів для розширення наукового світогляду;

практична: здійснення об’єктивного вибору способів розв’язування задач і оцінювання отриманих результатів; обґрунтовування і доведення математичних тверджень; застосування математичних методів у процесі розв’язування задач; використання математичних знань і навичок під час розв’язання завдань, пов’язаних з іншими науковими галузями та повсякденним життям;

творча: застосування творчого підходу до вибору найбільш раціональних способів розв'язання задач; застосування математичної і логічної кмітливості для вирішення творчих завдань;

соціальна: володіння навичками соціальної активності на основі соціальних умінь: здатність до спільного життя та співпраці в колективі, готовність взяти на себе відповідальність, об'єднувати зусилля для досягнення мети; уміння визначати роль і можливості математики в пізнанні й описанні різних процесів і явищ суспільного життя.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Бачинська Р. С. Задача як засіб формування логічної складової математичної компетентності учнів базової школи. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми* : зб. наук. пр. Вип. 51. Київ — Вінниця : ТОВ фірма «Планер», 2018. С. 29–33.
2. Бачинська Р. С. Логічна складова математичної компетентності учнів базової школи. *Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики* : зб. наук. праць за матеріалами міжнар. наук.-практ. конф., 30 травня — 1 червня 2018 р. Вінниця : ТОВ «Нілан-ЛТД», 2018. С. 194–196.
3. Воєвода А. Л. Чи допоможе математика в житті? *Математика в рідній школі*. 2017. № 9. С. 14–17.
4. Сафонова І. Я. Ключові й предметно-математичні компетентності. *Педагогічний альманах* : зб. наук. праць / редкол. : В. В. Кузьменко (голова) та ін. Вип. 21. Херсон : КВНЗ «Херсонська академія неперервної освіти», 2014. С. 50–56.
5. Упровадження STEM-освіти в умовах інтеграції формальної і неформальної освіти обдарованих учнів : методичні рекомендації / Н. І. Поліхун, К. Г. Постова, І. А. Сліпухіна, Г. В. Онопченко,

О. В. Онопченко. Київ : Інститут обдарованої дитини НАПН України, 2019. 80 с.

6. Berlekamp E. R., Conway J. H., Guy R. K. Winning ways for your mathematical plays. 2nd ed. Massachusetts : Academic Press, 1982.
7. Falkner A. N., Sooriamurthi R., Michalewicz Z. Puzzle-Based Learning: The first experiences. *20th Annual Conference for the Australasian Association for Engineering Education*, 6–9 December 2009 : Engineering the Curriculum. Barton, A.C.T. : Engineers Australia, 2009. P. 138–143.
8. Meyer E. F., Falkner N., Sooriamurthi R., Michalewicz Z. Guide to Teaching Puzzle-based Learning. Springer, 2014. DOI: https://doi.org/ 10.1007/978-1-4471-6476-0.
9. Michalewicz Z., Michalewicz M. Puzzle-based learning: introduction to critical thinking, mathematics, and problem solving. Ormond : Hybrid Publishers, 2008.